

ĐỀ THI TUYỂN SINH CAO ĐẲNG NĂM 2014

Môn: TOÁN

Câu 1: (2,0 điểm) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1)

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $\in (C)$ có hoành độ bằng 1.

Câu 2: (1,0 điểm) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z - i\bar{z} = 2 + 5i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

Câu 3: (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 2\ln x}{x} dx$

Câu 4: (1,0 điểm) Giải phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ ($x \in \mathbb{R}$)

Câu 5: (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(-2; 5)$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với d . Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $AM = 5$.

Câu 6: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 1; -1)$, $B(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên (P) . Viết phương trình mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với (P) .

Câu 7: (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD)

Câu 8: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x^2 - xy - 2y^2 = -x + 2y \end{cases} (x, y \in \mathbb{R})$

Câu 9: (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$f(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt{5-x}$$

TUYỂN SINH CAO ĐẲNG NĂM 2014
Môn: TOÁN
BÀI GIẢI GỢI Ý

Câu 1: Khảo sát, $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

a)

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y(0) = -1 \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = 3 \end{cases}$$

$$y'' = -6x + 6$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y(1) = 1$$

$\Rightarrow (C)$ nhận $U(1; 1)$ làm điểm uốn

Bảng biến thiên:

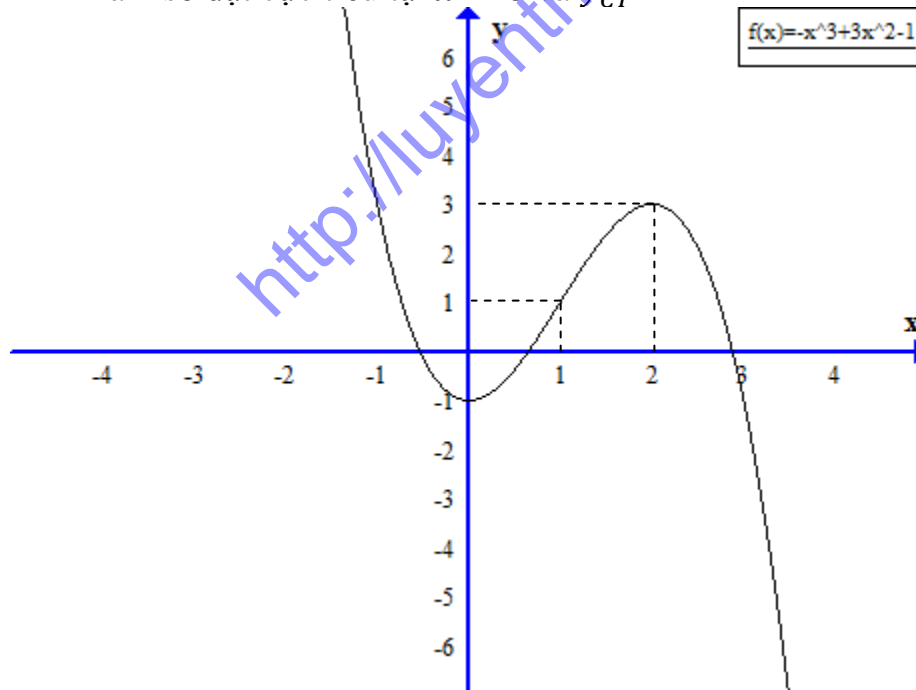
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$		

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$

Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và $y_{CD} = 3$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và $y_{CT} = -1$



Đồ thị (C) nhận điểm uốn $U(1; 1)$ làm tâm đối xứng

- b) Gọi Δ là tiếp tuyến của (C)
Gọi M là tiếp điểm của Δ và (C)
 $M(1, y_M) \in (C) \Leftrightarrow y_M = -1 + 3 - 1 \Leftrightarrow y_M = 1$
Phương trình $\Delta: y = y'(1)(x - 1) + 1$
 $\Leftrightarrow y = 3(x - 1) + 1$
 $\Leftrightarrow y = 3x - 2$

- Câu 2:** Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)
 $2z - i\bar{z} = 2 + 5i$
 $\Leftrightarrow 2(a + bi) - i(a - bi) = 2 + 5i$
 $\Leftrightarrow 2a - b + (2b - a)i = 2 + 5i$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 2 \\ 2b - a = 5 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$
Vậy phần thực $a = 3$, phần ảo $b = 4$.

- Câu 3:** $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 2\ln x}{x} dx$
 $\Leftrightarrow I = \int_1^2 x dx + 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx$
 $\Leftrightarrow I = \int_1^2 x dx + 2 \int_1^2 \ln x d(\ln x)$
 $\Leftrightarrow I = \left. \frac{1}{2}x^2 + \ln^2 x \right|_1^2$
 $\Leftrightarrow I = \frac{3}{2} + \ln^2 2$

- Câu 4:** $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ (1)
Đặt $t = 3^x > 0$
(1) $\Rightarrow 3t^2 - 4t + 1 = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$
 $t = 1 \Leftrightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$
 $t = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -1$

- Vậy tập hợp nghiệm $S = \{-1; 0\}$
- Câu 5:** Gọi (Δ) là đường thẳng qua A và vuông góc với d .
Do đó (Δ) nhận VTPT của d là $\vec{n}_d = (3; -4)$ là một VTCP.
 \Rightarrow Phương trình tham số của $(\Delta): \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$
Gọi $M(x, y)$. Do $M \in (d) \Rightarrow M(-2 + 3t; 5 - 4t), t \in \mathbb{R}$

$$\overrightarrow{AM} = (3t; -4t)$$

$$AM = 5 \Leftrightarrow 9t^2 + 16t^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \Rightarrow M_1(1; 1) \\ t_2 = -1 \Rightarrow M_2(-5; 9) \end{cases}$$

Câu 6:

Tìm hình chiếu vuông góc của A lên (P)

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (P)

$$\text{Có } \begin{cases} H \in (P) \\ (AH) \perp (P) \end{cases}$$

(P) có VTPT $\vec{n} = (1; 2; -2)$

(AH) \perp (P) nên (AH) nhận \vec{n} làm VTCP

$$\text{Phương trình (AH): } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Ta có: $H = (AH) \cap (P)$

- $H \in (AH) \Leftrightarrow H(2 + t; 1 + 2t; -1 - 2t)$
- $H \in (P) \Leftrightarrow 2 + t + 2 + 4t + 2 + 4t + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow t = -1$$

Vậy $H(1; -1; 1)$

Viết phương trình mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với (P)

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với (P)

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 4)$$

$$(Q) \text{ có VTPT } \vec{n}_{(Q)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (-10; 2; -3)$$

$$\text{Phương trình (Q): } 10x - 2y + 3z - 15 = 0$$

Câu 7: Tính thể tích khối chóp S.ABCD

Có AC là hình chiếu vuông góc của SA lên mp (ABCD)

$$\Rightarrow (\widehat{SC, (\overline{ABCD})}) = \widehat{SCD} = 45^\circ$$

$$\Delta SAC \text{ vuông cân tại A nên } SA = AC = a\sqrt{2}$$

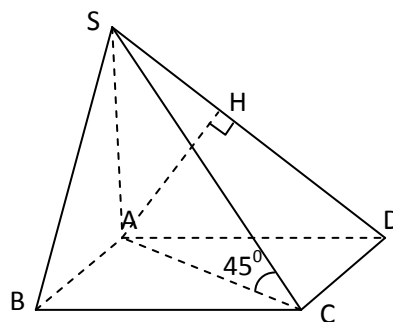
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = a^3 \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ (đvtt)}$$

- **Tính khoảng cách từ B đến mp (SCD)**

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$

Nên $d[B, (SCD)] = d[A, (SCD)]$



Trong tam giác SAD, kẻ AH vuông góc với SD tại H

$$\text{Ta có } \begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$$

(Do $CD \perp (SAD)$)

Tam giác SAC vuông tại A có đường cao AH, nên: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AS^2}$

$$\text{Suy ra: } AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 8: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \quad (1) \\ x^2 - xy - 2y^2 = -x + 2y \quad (2) \end{cases}$

$$(2) \Leftrightarrow x^2 - 2xy + xy - 2y^2 + x - 2y = 0 \\ \Leftrightarrow x(x - 2y) + y(x - 2y) + x - 2y = 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2y)(x + y + 1) = 0$$

TH1: $x - 2y = 0 \Leftrightarrow x = 2y$. Thế vào (1): $4y^2 + 2y^2 + y^2 = 7$
 $\Leftrightarrow 7y^2 = 7$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 2 \\ y = -1 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

TH2: $x + y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = -x - 1$. Thế vào (1):

$$x^2 + x(-x - 1) + (-x - 1)^2 = 7 \\ \Leftrightarrow x^2 - x^2 - x + x^2 + 2x + 1 = 7$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = -3 \\ x = -3 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

Nghiệm của hệ là: $(2; 1), (-2; -1), (2; -3), (-3; 2)$

Câu 9: ĐK: $0 \leq x \leq 5$

Hàm số $f(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt{5-x}$ liên tục trên $[0; 5]$ và có đạo hàm trên $(0; 5)$ là:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}} \\ \Leftrightarrow f'(x) = \frac{2\sqrt{5-x} - \sqrt{x}}{2\sqrt{x}\sqrt{5-x}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{5-x} - \sqrt{x} = 0 \\ x \in (0; 5) \end{cases} \\ \Leftrightarrow x = 4$$

$$\text{Có } f(0) = \sqrt{5} \\ f(5) = 2\sqrt{5}$$

$$f(4) = 5$$

Vậy

$$\min_{[0;5]} f(x) = \sqrt{5} \Leftrightarrow x = 0$$

$$\max_{[0;5]} f(x) = 5 \Leftrightarrow x = 4$$

Người hướng dẫn giải: Th.S. Tôn Thất Tứ
(Trung Tâm BDVH & LTDH Nguyễn Thượng Hiền)

<http://luyenthitructuyen.edu.vn>