ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014

Môn: TOÁN – Khối: B

BÀI GIẢI GỢI Ý

Câu 1:

1) Khi m = 1, có $y = x^3 - 3x + 1$.

TXĐ: D = **R**.

$y' = 3x^2 - 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y(-1) = 3 \\ x = 1 \Rightarrow y(1) = -1 \end{array}\right.$$

$y'' = 6x$

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y(0) = 1$.

Đồ thị (C) có điểm uốn U(0; 1).

Bảng biến thiên:

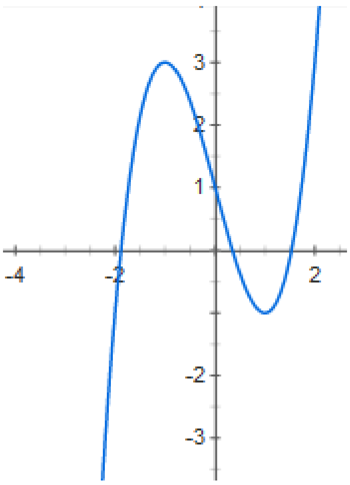
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 1)$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $y_{cđ} = 3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $y_{ct} = -1$.

Đồ thị:



Đồ thị (C) nhận điểm uốn U(0; 1) là tâm đối xứng.

2) Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$.

TXĐ: D = **R**.

$y' = 3x^2 - 3m$.

(C_m) có 2 điểm cực trị ⇔ y có cực trị

⇔ y' = 0 có 2 nghiệm phân biệt khác 2.

⇔ $3x^2 - 3m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 2.

⇔ $m > 0$ và $m \neq 4$

Gọi $B\left(-\sqrt{m};2m\sqrt{m}+1\right)$, $C\left(\sqrt{m};-2m\sqrt{m}+1\right)$ là 2 điểm cực trị của (C_m).

ΔABC cân tại A ⇔ $AB^2 = AC^2$ (1)

$\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{m}-2;2m\sqrt{m}-2\right)$, $\overrightarrow{AC}=\left(\sqrt{m}-2;-2m\sqrt{m}-2\right)$

$$(1) \Leftrightarrow \left(-\sqrt{m}-2\right)^2+\left(2m\sqrt{m}-2\right)^2=\left(\sqrt{m}-2\right)^2+\left(-2m\sqrt{m}-2\right)^2$$

$$\Leftrightarrow m+4\sqrt{m}+4+4m^3-8m\sqrt{m}+4$$
$$=m-4\sqrt{m}+4+4m^3+8m\sqrt{m}+4$$

$$\Leftrightarrow 8\sqrt{m}=16m\sqrt{m}$$

$$\Leftrightarrow m=\frac{1}{2} \text{ (nhận).}$$

Câu 2: $\sqrt{2}\left(\sin x-2\cos x\right)=2-\sin 2x$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin x-2\sqrt{2}\cos x=2-2\sin x.\cos x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin x\left(1+\sqrt{2}\cos x\right)-2\left(\sqrt{2}\cos x+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\cos x+1\right)\left(\sqrt{2}\sin x-2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=\dfrac{-\sqrt{2}}{2}=\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)\\ \sin x=\sqrt{2}\ \text{(loai)}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\\ x=\dfrac{-3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right. \quad (k\in\mathbf{Z})$$

Câu 3: $I=\int_1^2\frac{x^2+3x+1}{x^2+x}dx=\int_1^2\frac{x^2+x+2x+1}{x^2+x}dx$

$$=\int_1^2\left(1+\frac{2x+1}{x^2+x}\right)dx=\int_1^2 dx+\int_1^2\frac{d\left(x^2+x\right)}{x^2+x}$$

$$=x\Big|_1^2+\ln\left(x^2+x\right)\Big|_1^2=1+\ln 3$$

Câu 4:

a) Gọi z = a + bi, a, b $\in$ **R**.

Ta có: 2z + 3(1 – i) $\bar{z}$ = 1 – 9i.

$\Leftrightarrow$ 2(a + bi) + 3(a – bi) – 3i(a – bi) = 1 – 9i.

$\Leftrightarrow$ 2a + 2bi + 3a – 3bi – 3ai – 3b = 1 – 9i.

$\Leftrightarrow$ 5a – 3b – (3a + b)i = 1 – 9i.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5a - 3b = 1 \\ 3a + b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}.$$

b) Số hộp công ty nhận được 12 hộp.

Số cách lấy 3 hộp trong 12 hộp là C_{12}^3.

Vì chọn 3 hộp có đủ các loại nên số cách lấy là $C_5^1.C_4^1.C_3^1$.

Xác suất : $P = \dfrac{C_5^1.C_4^1.C_3^1}{C_{12}^3} = \dfrac{3}{11}$.

Câu 5: Gọi (P) là mp qua A và vuông góc với d, d có vtcp là $\vec{a} = (2;2;-1)$.

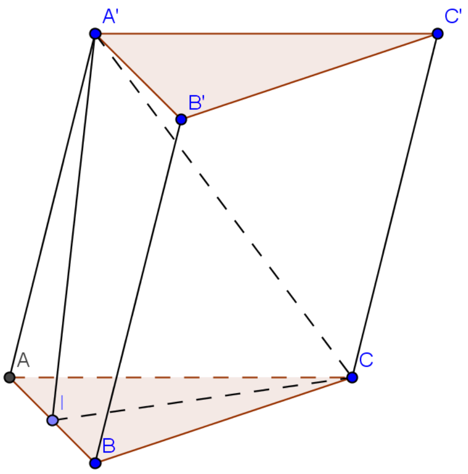
Ta có (P) đi qua A(1; 0; –1) và nhận $\vec{n} = \vec{a} = (2;2;-1)$ làm vtpt

$\Rightarrow$ pt mp (P) : 2(x – 1) + 2(y – 0) – 1(z+1) = 0 $\Leftrightarrow$ 2x + 2y – z – 3 = 0.

Gọi H là hình chiếu của A trên d.

$$H = P \cap d : H \begin{cases} 2x + 2y - z - 3 = 0 \\ \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{z}{-1} \\ \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow H\left(\frac{5}{3}; \frac{-1}{3}; \frac{-1}{3}\right)$$

Câu 6:



Gọi I là hình chiếu vuông góc của A’ trên (ABC).

(A’C, (ABC)) = $A'CI = 60^0$

Xét Δ vuông A’IC tại I, A’I = CI.tanA’CI = $\frac{3a}{2}$

$\Rightarrow V_{A'B'C'.ABC} = A'I.S_{ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ

$I \equiv O(0;0;0), B\left(\frac{a}{2};0;0\right), A\left(-\frac{a}{2};0;0\right), C\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right), A\left(0;0;\frac{3a}{2}\right)$

Mặt phẳng (AA’C) $\begin{cases} \text{qua } A\left(-\frac{a}{2};0;0\right) \\ \text{VTPT } \vec{n} = -\frac{4}{\sqrt{3}a^2}\left[\overrightarrow{AA'};\overrightarrow{AC}\right] = \left(3;-\sqrt{3};-1\right) \end{cases}$

Phương trình (AA’C): $3(x+\frac{a}{2})-\sqrt{3}y-z=0 \Leftrightarrow 6x-2\sqrt{3}y-2z+3a=0$

d(B,(AA’C))=$\frac{|3a+3a|}{\sqrt{36+12+4}} = \frac{3a}{\sqrt{13}}$

Câu 7:

M(–3; 0), H(0; –1); $G\left(\frac{4}{3};3\right)$

Gọi A(a; b), B(–6 – a; –b)

$\overrightarrow{HA}=(a;b+1)$, $\overrightarrow{BH}=(6+a;b-1)$

$\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{BH}=0\Leftrightarrow a(6+a)+(b+1)(b-1)=0\Leftrightarrow a^2+b^2+6a-1=0$ (1)

$$\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{GC}\Leftrightarrow\begin{cases}x_C=\dfrac{3x_G-x_A}{2}\\ y_C=\dfrac{3y_G-y_A}{2}\end{cases}\Rightarrow C\left(\frac{4-a}{2};\frac{9-b}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{BC}=\left(\frac{16+a}{2};\frac{9+b}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BH}=0\Leftrightarrow(6+a).\frac{16+a}{2}+(b-1).\frac{9+b}{2}=0\Leftrightarrow a^2+b^2+22a+8b+87=0\ (2)$$

Từ (1) và (2) ⇒ 1 – 6a + 22a + 8b + 87 = 0

⇔ b = -2a – 11, thay vào (1), ta có: $5a^2$ + 50a + 120 = 0

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-4\Rightarrow b=-3\Rightarrow B(-2;3)\Rightarrow C(4;6)\Rightarrow D(2;0)\\ a=-6\Rightarrow b=1\Rightarrow B(0;-1)\Rightarrow B\equiv H(\text{loại})\end{array}\right.$$

Câu 8:

$$\text{ĐK: }\begin{cases}x-y\ge 0\\ x-2y\ge 0\\ y\ge 0;4x-5y-3>0\end{cases}$$

$u=y-1\ge -1,\ v=x-y-1\ge -1.$

PT (1) trở thành: $-u\sqrt{v+1}+v=-u+v\sqrt{u+1}$

$$\Leftrightarrow u\left(1-\sqrt{v+1}\right)=v\left(\sqrt{u+1}-1\right)$$

$$\Leftrightarrow\frac{-uv}{1+\sqrt{v+1}}=uv.\frac{1}{\sqrt{u+1}+1}$$

$$\Leftrightarrow uv\left[\frac{1}{\sqrt{u+1}+1}+\frac{1}{\sqrt{v+1}+1}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=0\\ v=0\end{array}\right.$$

TH1: u = 0 ⇔ y = 1.

$(2):\ 2-3x+7=2\sqrt{x-2}-\sqrt{4x-8}$

$\Leftrightarrow x=3$ (nhận)

TH2: $v = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0 \Leftrightarrow x = y + 1.$

$(2):\ 2y^2-3(y+1)+6y+1=2\sqrt{1-y}-\sqrt{1-y}$

$\Leftrightarrow 2y^2+3y-2=\sqrt{1-y}$

ĐK: $0\le y\le 1,\ 2y^2+2y-2=\sqrt{1-y}-y$

$$\Leftrightarrow 2\left(y^2+y-1\right)=\frac{1-y-y^2}{\sqrt{1-y}+y}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-y-y^2=0 \quad (3) \\ 2=\dfrac{1}{\sqrt{1-y}+y} \end{array}\right.$$

Từ (3) $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} (n) \\ y=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} (l) \end{array}\right. \Rightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

$(2)\Leftrightarrow \sqrt{1-y}+y=2\Leftrightarrow \sqrt{1-y}=2-y$

$\Leftrightarrow y^2-y+3=0$ (vô nghiệm).

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm (3;1), $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2};\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$

Câu 9.Từ điều kiện ta có: c>0,a+b>0

$$P=\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{a+c}}+\sqrt{\frac{c}{b+a}}+\frac{c}{2(b+a)}-\sqrt{\frac{c}{b+a}}$$

Ta có: $(a-b-c)^2\ge 0 \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2bc-2ab-2ac\ge 0^2$

$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2bc+2ab+2ac\ge 4ab+4ac$

$\Leftrightarrow (a+b+c)^2\ge 4a(b+c)$với mọi a,b,c thuộc R

Do đó $\dfrac{1}{(a+b+c)^2}\le\dfrac{1}{4a(b+c)}\Leftrightarrow\dfrac{a^2}{(a+b+c)^2}\le\dfrac{a^2}{4a(b+c)}$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{a+b+c}\le\sqrt{\frac{a}{4(b+c)}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b+c}}\ge\frac{2a}{a+b+c}$$

Tương tự: $\sqrt{\frac{b}{a+c}} \geq \frac{2b}{a+b+c}$; $\sqrt{\frac{c}{b+a}} \geq \frac{2c}{a+b+c}$

P≥ $2+\frac{t^2}{2}-t \geq 2+\frac{(t-1)^2-1}{2} \geq \frac{3}{2}$ (Với $t=\sqrt{\frac{c}{b+a}}, t>0$)

Vậy GTNN P=3/2

Người giải: **Th.S.Tôn Thất Tứ**

(Giáo viên Trung tâm BDVH - LTĐH **Nguyễn Thượng Hiền)**