ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014
Môn : TOÁN – Khối : D
BÀI GIẢI GỢI Ý

Câu 1:

a) Khảo sát, $y = x^3 - 3x - 2$

Tập xác định : $D = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 - 3$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$

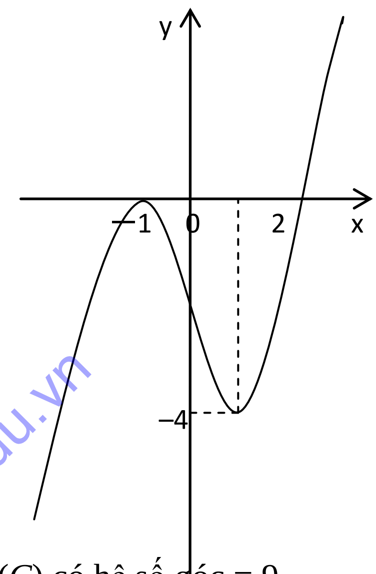
$\lim_{x\to+\infty} y = +\infty$; $\lim_{x\to-\infty} y = -\infty$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$



b) Tìm tọa độ điểm *M* thuộc (*C*) sao cho tiếp tuyến của (*C*) có hệ số góc = 9.

Gọi M $(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

$$f'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3{x_0}^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \longrightarrow y_0 = 0 \longrightarrow M(2;\ 0) \\ x_0 = -2 \longrightarrow y_0 = -4 \longrightarrow M(-2; -4) \end{array}\right.$$

Câu 2: $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$

$(3z - \bar{z})(1 + i) - 5z = 8i - 1$

$\Leftrightarrow 3z + 3iz - \bar{z} - i\bar{z} - 5z = 8i - 1$

$\Leftrightarrow -2(a + bi) + 3i(a + bi) - (a - bi) - i(a - bi) = 8i - 1$

$\Leftrightarrow -2a - 2bi + 3ai - 3b - a + bi - ai - b = 8i - 1$

$\Leftrightarrow -3a - 4b + (2a - bi) = 8i - 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 4b = 1 \\ 2a - b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$

Vậy $z = 3 - 2i \Longrightarrow |z| = \sqrt{13}$

Câu 3: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x + 1) sin2x\, dx$

Đặt $\begin{cases} u = x + 1 \\ dv = sin2x\, dx \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} cos2x \end{cases}$

$$I = -\frac{1}{2}(x + 1)cos2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} cos2x\, dx$$

$$\Leftrightarrow I = -\frac{1}{2}(x + 1)cos2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{4} sin2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$\Leftrightarrow I = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow I = \frac{3}{4}$

Câu 4: a) $\log_2(x-1) - 2\log_4(3x-2) + 2 = 0$

ĐK: $x > 1$

(1) $\Leftrightarrow \log_2(x-1) - 2\log_4(3x-2) + \log_2 4 = 0$

$\Leftrightarrow \log_2 4(x-1) = \log_2(3x-2) + \log_2 4$

$\Leftrightarrow 4x - 4 = 3x - 2$

$\Leftrightarrow x = 2\ (nhận)$

Vậy (1) có nghiệm $x = 2$

b) Số đường chéo của đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$ là $C_n^2 - n$

Theo giả thiết ta có

$C_n^2 - n = 27$

$\Leftrightarrow \frac{n!}{2!\,(n-2)!} - n = 27$

$\Leftrightarrow (n-1)n - 2n = 54$

$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 54 = 0$

n=9 (nhận) và n=-6(loại).

Câu 5:

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z - 11 = 0$

$I(3;2;1); R = \sqrt{9+4+1+11} = 5$

(P):6x+3y-2z-1=0

d(I,(P))= $\frac{|18+6-2-1|}{\sqrt{36+9+4}} = 3 < 5$

Suy ra (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C).

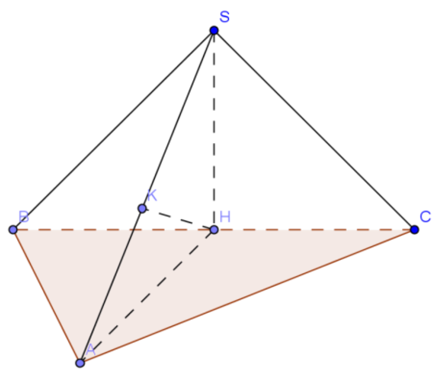
Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với (P), suy ra

$$\Delta: \begin{cases} x = 3 + 6t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

Tâm H của (C) có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình

$$\Delta: \begin{cases} x = 3 + 6t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - 2t \\ 6x + 3y - 2z - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{3}{7} \Rightarrow H = \left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{13}{7}\right)$$

Câu 6: .



Gọi H là trung điểm BC $\Longrightarrow AH \perp BC$ (do ΔABC vuông cân tại A).

Do $(SBC) \perp (ABC) \Longrightarrow AH \perp (SBC).\, AH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$

$$\Longrightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}AH.S_{\Delta SBC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Tìm d(SA, BC).

Kẻ $HK \perp SA$ (1)

Ta có $\begin{cases} AH \perp BC \\ SH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHA) \Rightarrow BC \perp HK$ (2)

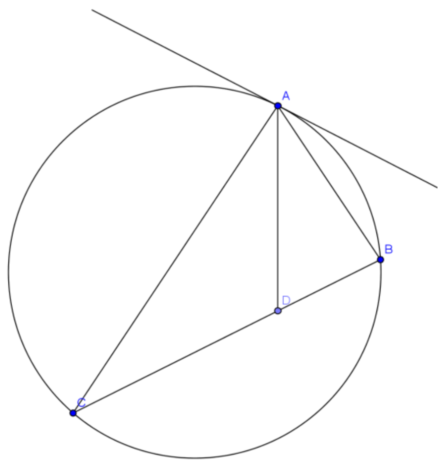
Từ (1) và (2) suy ra $HK = d(SA, BC)$

Xét Δ vuông SHA tại H. $\frac{1}{(HK)^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HA^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} = \frac{16}{3a^2} \Longrightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 7: D(1, -1), $AB: 3x + 2y - 9 = 0 \longrightarrow \overrightarrow{n_{AB}} = (3,2)$

$d: x + 2y - 7 = 0 \longrightarrow \overrightarrow{n_d} = (1,2)$

$A = AB \cap d \Longrightarrow A(1,3)$



$AD \begin{cases} qua\ A(1,3) \\ VTPT: \overrightarrow{n_{AD}} = (1,0) \end{cases}$

$AC: a(x-1) + b(y-3) \Longrightarrow \overrightarrow{n_{AC}} = (a,b)$

$\cos(AB, AD) = \cos(AC, AD)$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{13}} = \dfrac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow 9a^2 + 9b^2 = 13a^2 \Leftrightarrow 4a^2 = 9b^2$

Chọn $b = 2 \longrightarrow \begin{matrix} a=3 \longrightarrow AC: 3x+2y-9=0 (loại) \\ a=-3 \longrightarrow AC: 3x-2y+3=0 \longrightarrow \overrightarrow{n_{AC}}=(3,-2) \end{matrix}$

BC qua D và có VTPT: $\overrightarrow{n_{BC}} = (A, B)$

$BC: A(x-1) + B(y+1) = 0$

$\cos(AB, d) = \cos(AC, BC)$ (*cùng chắn cung AB*)

$\Leftrightarrow \dfrac{|3+4|}{\sqrt{13}.\sqrt{5}} = \dfrac{|3A-2B|}{\sqrt{13}\sqrt{A^2+B^2}} \Leftrightarrow 7\sqrt{A^2+B^2} = \sqrt{5}|3A-2B|$

$\Leftrightarrow 49A^2 + 49B^2 = 45A^2 - 60AB + 20B^2$

$\Leftrightarrow 4A^2 + 60AB + 29B^2 = 0$

Chọn B=-2: $4A^2 - 120A + 116 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} A=1 \\ A=29 \end{matrix} \right.$

TH1: $A = 1 \rightarrow \overrightarrow{n_{BC}} = (1,-2)$.

BC qua D(1,-1) có phương trình là $x - 2y - 3 = 0$

$B = BC \cap AB \rightarrow B \begin{cases} x-2y-3=0 \\ 3x+2y-9=0 \end{cases} \rightarrow B(3,0)$

$$C = BC \cap AC \to C\begin{cases} x-2y-3=0 \\ 3x-2y+3=0 \end{cases} \to C(-3,-3)$$

Vì $x_B > x_D > x_C$ nên D là chân đường phân giác trong. Nhận.

TH2: $A = 29 \to \overrightarrow{n_{BC}} = (29,-2)$.

BC qua D(1,-1) có phương trình là $29x-2y-31=0$

$$B = BC \cap AB \to B\begin{cases} 29x-2y-31=0 \\ 3x+2y-9=0 \end{cases} \to B\left(\frac{5}{4},\frac{21}{8}\right)$$

$$C = BC \cap AC \to C\begin{cases} 29x-2y-31=0 \\ 3x-2y+3=0 \end{cases} \to C\left(\frac{17}{13},\frac{45}{13}\right)$$

Vì $x_C > x_C > x_D$ nên D là chân đường phân giác ngoài. Loại.

Vậy có một phương trình BC là: x-2y-3=0.

Câu 8: Điều kiện $x \ge -2$

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$(x+1)\left(\sqrt{x+2}-2\right)+(x+6)\left(\sqrt{x+7}-3\right) \ge x^2+2x+8$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3}-(x+4)\right] \ge 0$$

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3}-(x+4)$$

$TH1: x \ge -1$

$$\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} \le \frac{x+1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} \le \frac{x+6}{\sqrt{5}+3} < \frac{x+6}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) < \frac{x+1}{2}+\frac{x+6}{5}-(x+4) = \frac{-3x}{10}-\frac{23}{10} < 0$$

$Loai\ x \ge -1$

$TH2: -2 \le x < -1$

$$\frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} \le \frac{5}{\sqrt{5}+3} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} < 0$$

$$\Leftrightarrow -(x+4) \le -2$$

$$\Leftrightarrow f(x) < 0$$

$$\Leftrightarrow x-2 \le 0 \Leftrightarrow x \le 2$$

Vậy bất phương trình có tập hợp nghiệm $S = [-2; 2]$

Câu 9: Ta có $1 \le x, y \le 2 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) < 0 \Leftrightarrow x^2 \le 3x - 2$

Tương tự: $y^2 \le 3y - 2$

$$\Rightarrow P \ge \frac{x+2y}{3x+3y+3} + \frac{y+2x}{3x+3y+3} + \frac{1}{4(x+y-1)}$$

$$= \frac{x+y}{x+y+1} + \frac{1}{4(x+y-1)}$$

Đặt $t = x + y$. ĐK: $t \in [2; 4]$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{t+1} + \frac{1}{4(t-1)}$

$$f'(t) = \frac{1}{(t+1)^2} - \frac{1}{4(t-1)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow (t+1)^2 = 4(t-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2(t-1) = t+1 \\ 2(t-1) = -t-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \in [2; 4] \\ t = \frac{1}{3} \notin [2; 4] \end{cases}$$

$$f(2) = \frac{11}{12}; f(3) = \frac{7}{8}; f(4) = \frac{53}{60}$$

Suy ra $P \ge \frac{7}{8}$

Tại $x = 1, y = 2 \to P = \frac{7}{8}$. Vậy $P_{\min} = \frac{7}{8}$.

Người giải: **Th.S.Nguyễn Hữu Hiệp**

*(Giảng viên **ĐHBK TPHCM** - Giáo viên TT BDVH&LTĐH **Nguyễn Thượng Hiền**).*